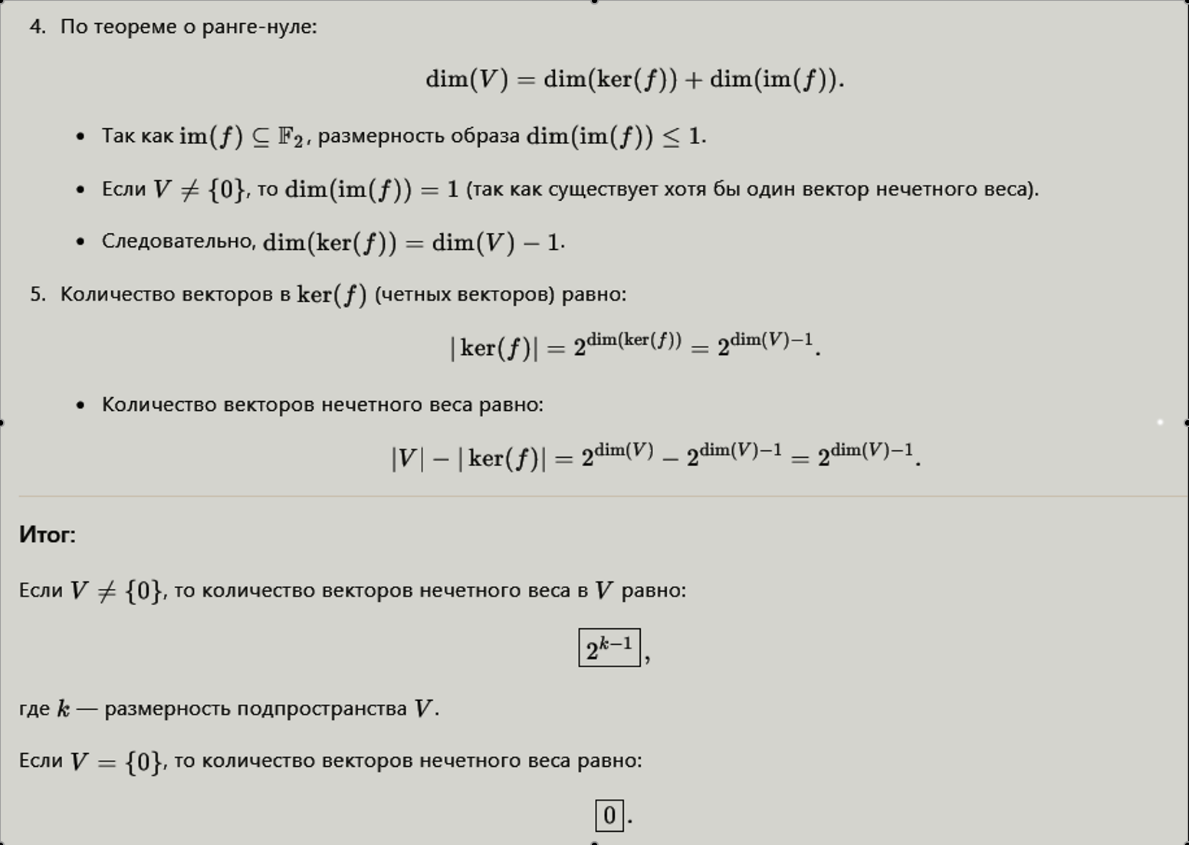


3.6)



3.2)

Во втором у меня тут получилось, что а) верно, т.к. для любого u из U\_1 + U\_2 верно \phi(u) = \phi(u\_1) + \phi(u\_2), а это входит в \phi(U\_1) + \phi(U\_2); также для любых u\_1 из U\_1 и u\_2 из U\_2 справедливо \phi(u\_1) + \phi(u\_2) = \phi(u\_1 + u\_2), а это входит в \phi(U\_1 + U\_2). В таком случае, б) неверно, а правильное утверждение там - \phi^{-1}(V\_1 + V\_2) является надмножеством \phi^{-1}(V\_1) + \phi^{-1}(V\_2). Идея в том, что для любых v\_1 из V\_1 и v\_2 из V\_2 справедливо \phi^{-1}(v\_1) + \phi^{-1}(v\_2) = u\_1 + u\_2 = u, и при этом \phi^{-1}(v\_1) + \phi^{-1}(v\_2) = \phi^{-1}(v\_1 + v\_2), то есть все возможные u из U, такие, что \phi^{-1}(v\_1) + \phi^{-1}(v\_2) = u, автоматически являются прообразами и для v\_1 + v\_2, а значит, \phi^{-1}(V\_1) + \phi^{-1}(V\_2) является подмножеством \phi^{-1}(V\_1 + V\_2). Обратное может быть неверно, так как могут существовать такие v\_1 из V\_1 и v\_2 из V\_2, что их прообразов не существует (и, соответственно, не существует такого u из U, что u = \phi^{-1}(v\_1) + \phi^{-1}(v\_2)), но существует прообраз v\_1 + v\_2, так что в \phi^{-1}(V\_1 + V\_2) существует элемент, которого нет в \phi^{-1}(V\_1) + \phi^{-1}(V\_2). Контрпример в голову приходит такой: пусть V - это трёхмерное пространство, U - одномерное, \phi((u\_1)) = (u\_1, 0, 0), V\_1 = {(x, y, 0)}, V\_2 = {(0, y, z)}, тогда v\_1 из V\_1 и v\_2 из V\_2, у которых y не равно 0, не имеют прообразов, но если они обратны друг другу по сложению (а ещё z у v\_2 равен 0), то v\_1 + v\_2 = (x, 0, 0) - элемент, имеющий прообраз в U.

